

- إذا كانت  $A = \{4, 5, 6\}$  مجموعة جزئية من  $(\mathbb{N}^*, \mid)$ .
- إذا كانت  $A = Q \cap [1, \sqrt{5}]$  مجموعة جزئية من  $(Q, \leq)$ .
- إذا كانت  $A = \{5, 6, 7, 8\}$  مجموعة جزئية من  $(\mathbb{N}, \leq)$ .

2 - لنكن  $f: E \rightarrow F$  دالة مورفزم ترتيب ، ولتكن  $A$  مجموعة جزئية من  $E$  تملك حد أعلى أصغري  $S$  في  $E$  ، فثبت أن  $f(A)$  تملك حد أعلى أصغري في  $F$  هو  $f(S)$ .

السؤال الثاني : ( 18 علامة ) 1 - لنكن  $f: E \rightarrow F$  دالة مورفزم من نصف الشبكة  $E$  على نصف الشبكة  $F$  ، فثبت أن  $f$  يكون دالة مورفزم ترتيب إذا وفقط إذا كانت  $f$  دالة مورفزم من نصف الشبكة  $E$  على نصف الشبكة  $F$ .

2 - لو رسم الشبكة  $(D(60), \mid)$  ، ثم نكر مرشحي ومثليتي فيها وبين فيما إذا كانت لائحة  $\lambda$  ( مع نكر السبب )

السؤال الثالث : ( 25 علامة ) 1 - إذا كانت  $E$  شبكة فهل هي متصلة ولماذا ؟

2 - إذا كانت  $E$  مجموعة غير خالية فهل أن  $(P(E), \subseteq)$  تكون شبكة متصلة ولماذا ؟

3 - إذا كانت  $E$  شبكة توريعة فثبت أنه  $\forall x, y, z \in E$  فإن :

$$(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) = (x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x)$$

ج - إذا كانت  $F$  مرشحة في الشبكة  $E$  ، لنعرف العلاقة  $R$  على  $E$  بالشكل التالي :

$$xRy \Leftrightarrow \exists a \in F ; x \wedge a = y \wedge a$$

السؤال الرابع : ( 25 علامة ) 1 - بين أي من الشبكات الآتية هي شبكة بول مع ذكر السبب

$$(D(2), \mid), (D(6), \mid), (D(12), \mid), (D(30), \mid), (D(60), \mid)$$

2 - إذا كان  $f$  مورفزم شبكة من الحلقة البوليانية  $A$  في الحلقة البوليانية  $B$  بحيث أن  $f(0) = 0$  و  $f(1) = 1$  فثبت أن  $f$  مورفزم بوليقي.

ج - لنكن  $A$  و  $B$  حلقتين بوليقيتين و  $f$  مورفزم بوليقي من  $A$  في  $B$  وإذا كانت  $I$  مثلية في  $B$  فثبت أن  $f^{-1}(I)$  تكون مثلية في  $A$ .

السؤال الخامس : ( 16 علامة ) 1 - ليكن  $A$  خط بول و  $a, b$  عنصرين ثابتين في  $A$  ، ولتكن المعادلة  $ax + b = 0$  في  $A$  والمطلوب :

- 1 - أثبت أن حلول المعادلة نعطى بالمعادلة المزودة  $b \leq x \leq a + b + 1$ .
- 2 - حل المعادلة  $35x + 5 = 0$  في  $D(70)$ .



# تعليم صحيح مقدر نظرية الشبكات

## لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر

### الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٦

#### الأول: [16]

60 هو عدد أولي أعظمي للمجموعة A من  $(W, |)$  ②

A لا تملك عدداً أعظمي في  $(Q, |)$  ②

8 هو عدد أولي أعظمي للمجموعة A في  $(W, |)$  ②

ليكن  $x \in f(A) \Leftrightarrow$  توجد  $x \in A$  بحيث يكون  $x' = f(x)$  ولكن  $x \leq s \Leftrightarrow$

$x' = f(x) \leq f(s)$  هو عدد أولي للمجموعة  $f(A)$  ⑤

ن  $m'$  هو عدد أولي للمجموعة  $f(A)$  في  $F \Leftrightarrow$  يوجد  $m \in E$  وهو وحيد

حيث يكون  $m' = f(m)$  وهذا يدل على  $x \in A$  يكون  $f(x) \leq f(m)$   $x \leq m \Leftrightarrow$

$m$  هي عدد أولي للمجموعة A  $s \leq m \Leftrightarrow f(s) \leq f(m) = m'$

في أن  $f(s)$  هو عدد أولي للمجموعة  $f(A)$  في  $F$  ⑤

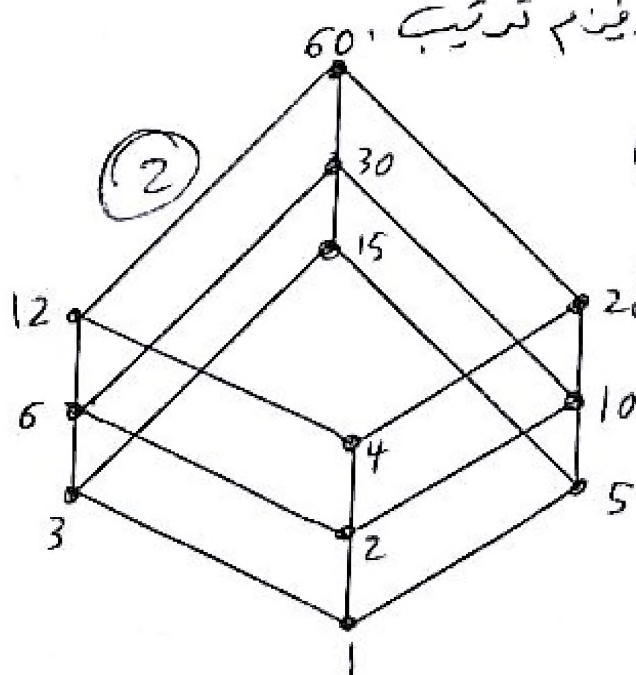
#### ثاني التالي: [18]

ليكن  $f$  ٧- ايندومورفيزم من  $E$  الى  $F$  عرّف ايضاً ان  $f$  تقابل ومتزايد

(لأنه ٧- مورفيزم) كما ان  $f^{-1}$  طبيعي متزايد وذلك لأنه بفرض ان

$x \leq y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y) \Leftrightarrow f(x) \vee f(y) = f(y) \Leftrightarrow f(x \vee y) = f(y)$  ⑧

$x \vee y = y \Leftrightarrow$  وبالتالي فإن  $f$  ايندومورفيزم ترتيب



$$F_6 = \{6, 12, 30, 60\}$$

$$F_3 = \{3, 6, 15, 30, 12, 60\}$$

$$I_6 = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$I_3 = \{1, 3\}$$

عن هذه المستويات والتاليات أساسية

لأن  $D(60)$  مجموعة مترتبة ②

كانت  $E$  سلسلة تملك 0 و 1 فتلك كل منها متعم الآخر (2)  
 $(P(E), \subseteq)$  شبكة متجهة لأن أي عنصر  $X \in P(E)$  يملك متعم هو  $X$   
 و متعم  $X$  بالنسبة الى  $E$ . (3)

$$(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) =$$

$$[x \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)] \wedge [y \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)] = (5)$$

$$[x \vee (y \wedge z)] \wedge [y \vee (z \wedge x)] = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z) \wedge$$

$$(x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x) (5)$$

$x R x \Leftrightarrow x \wedge a = x \wedge a \quad \forall a \in F \quad \forall x \in E$  -  
 أي  $R$  انكاسية  
 بفرض ان  $x R y$  ثباته يوجد  $a \in F$  بحيث يكون  $x \wedge a = y \wedge a$  (5)  
 $\Leftrightarrow$  يوجد  $a \in F$  بحيث يكون  $y R x \Leftrightarrow y \wedge a = x \wedge a$   
 أي  $R$  تناظرية  
 - بفرض ان  $x R y$  و  $y R z \Leftrightarrow$  يوجد  $a, b \in F$  بحيث يكون  
 $x \wedge a = y \wedge a$  و  $y \wedge b = z \wedge b$  ومنه  
 $x \wedge (a \wedge b) = (x \wedge a) \wedge b = (y \wedge a) \wedge b = (y \wedge b) \wedge a$  (5)  
 $= (z \wedge b) \wedge a = z \wedge (a \wedge b)$   
 وبما ان  $a \wedge b \in F$  ثبات  $x R z$  وبالتالي ثبات  $R$  علاقة تكافؤ

- شبكات بول (1, 0) و (1, 0) و (1, 0) (2)  
 لأن كل منها 0 و 1 لا تقبل العتمة على صيغة كود أري (2)  
 - من أجل أي  $x \in A$  ثبات:  
 $x \wedge x' = 0 \Rightarrow f(x \wedge x') = f(0) \Rightarrow f(x) \wedge f(x') = 0$   
 $x \vee x' = 1 \Rightarrow f(x \vee x') = f(1) \Rightarrow f(x) \vee f(x') = 1$   
 بالتالي ثبات  $f$  مورفزم بولياني (9)



$$\textcircled{2} 0 \in f^{-1}(I) \Leftrightarrow f(0) = 0 \in I \text{ أن}$$

$$\Leftrightarrow f(x) \in I \text{ و } f(y) \leq f(x) \Leftrightarrow y \leq x \text{ و } x \in f^{-1}(I) \text{ نرض أن}$$

$$\textcircled{3} y \in f^{-1}(I) \Leftrightarrow f(y) \in I$$

$$\Leftrightarrow f(y) \in I \text{ و } f(x) \in I \Leftrightarrow y \in f^{-1}(I) \text{ و } x \in f^{-1}(I) \text{ ما أن}$$

$$x \vee y \in f^{-1}(I) \Leftrightarrow f(x \vee y) \in I \Leftrightarrow f(x) \vee f(y)$$

$$\textcircled{3} f^{-1}(I) \text{ مثالية في } A$$

الخامس: [16]

$$x \geq ax = b \Leftrightarrow ax + b + b = 0 + b \Leftrightarrow ax + b = 0$$

$$\boxed{b \leq x}$$

$$(a+b+1)x = ax + bx + x = ax + b + x = 0 + x = x \Rightarrow$$

$$\boxed{x \leq a+b+1}$$

$$\textcircled{8} \text{ يتبع أن } b \leq x \leq a+b+1$$

$$5 \leq x \leq 35+14 \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 35+5' \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 35+5+1$$

$$5 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 5 \vee 2 \Leftrightarrow 5 \leq x \leq (35 \wedge 5) \vee (2 \wedge 14) \Leftrightarrow$$

$$\textcircled{8} x \in \{5, 10\} \text{ لما } D(70) = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$$

مدرس العقدة  
د. عصام نسيم  
~~عصام نسيم~~